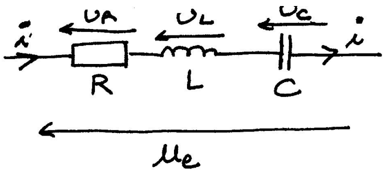
Filtrage électronique à partir du circuit RLC série - Correction

-- Etude préparatoire --



Loi des mailles : $u_e = u_R + u_L + u_C$

• **Comportement basses fréquences ($\omega \to 0$) (BF)**

$\longleftrightarrow$ —— (fil) $\boxed{u_L = 0}$

Justification : $\begin{cases} u_L = \underline{Z_L}\,\underline{i} \\ \underline{Z_L} = j\omega L \end{cases}$ quand $\omega \to 0$ alors $\underline{Z_L} \to 0$ (impédance nulle ~ résistance nulle)

$\longleftrightarrow$ $\xrightarrow{i=0}$ (court-circuit). $u_R = Ri \Rightarrow \boxed{u_R = 0}$ et $u_C = u_e - u_R - u_L \Rightarrow \boxed{u_C = u_e}$

Justification : $\begin{cases} \underline{i} = \underline{Y_C}\,\underline{u_C} \\ \underline{Y_C} = j\omega C \end{cases}$ quand $\omega \to 0$ alors $\underline{Y_C} \to 0$ (admittance nulle ~ conductance nulle)

• **Comportement hautes fréquences ($\omega \to +\infty$) (HF)**

$\longleftrightarrow$ $\xrightarrow{i=0}$ $\boxed{u_R = 0}$

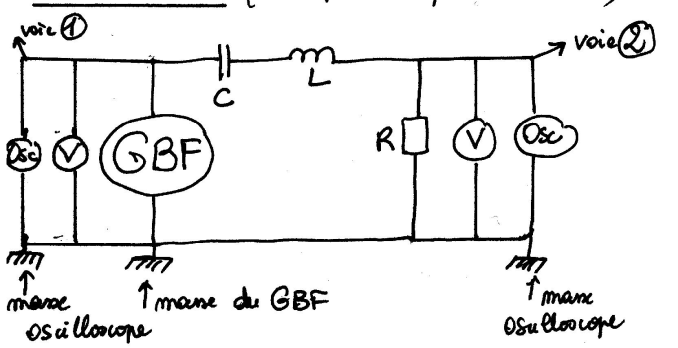
$\longleftrightarrow$ —— $\boxed{u_C = 0}$

$\Big\}$ $u_L = u_e - u_R - u_C \Rightarrow \boxed{u_L = u_e}$

Conclusion

Composant en sortie	BF	HF	Filtre
	$u_R = 0$	$u_R = 0$	passe-bande
	$u_L = 0$	$u_L = u_e$	passe-haut
	$u_C = u_e$	$u_C = 0$	passe-bas

Branchement (exemple du passe-bande)



⚠ la masse de l'oscilloscope doit être reliée à celle du GBF sinon on crée un court-circuit par l'intermédiaire de la prise de Terre.

- Diagramme asymptotique (justifications)

Passe bas : $\underline{H} = \dfrac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_C}+\underline{Z_R}+\underline{Z_L}}$ (diviseur de tension) $\Rightarrow \underline{H} = \dfrac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C}+R+j\omega L} = \dfrac{1}{1+j\omega RC-\omega^2 LC}$

Sous forme canonique $\left(\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}},\ Q = \dfrac{1}{RC\omega_0}\right)$ il vient $\boxed{\underline{H} = \dfrac{1}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}}$

(BF) $\underline{H} \sim 1 \Rightarrow |\underline{H}| = 1$ et $G_{dB} = 20\log(\underline{H}) = 0$ soit $\boxed{G_{dB\,(BF)} = 0 \text{ asymptote horizontale}}$

(HF) $\underline{H} \sim -\dfrac{1}{x^2} \Rightarrow |\underline{H}| = \dfrac{1}{x^2}$ et $G_{dB} = 20\log\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$ soit $\boxed{G_{dB\,(HF)} = -40\log(x) \text{ asymptote } -40\,dB/\text{décade}}$

Passe-bande : $\underline{H} = \dfrac{\underline{Z_R}}{\underline{Z_R}+\underline{Z_C}+\underline{Z_L}} \Rightarrow \underline{H} = \dfrac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}+j\omega L} = \dfrac{1}{1+\frac{1}{j\omega RC}+j\omega\frac{L}{R}} \xrightarrow{\left(Q=\frac{L\omega_0}{R}\right)} \boxed{\underline{H} = \dfrac{1}{1+jQ\left(x-\frac{1}{x}\right)}}$

(BF) $\underline{H} \sim \dfrac{1}{-\frac{jQ}{x}} = \dfrac{jx}{Q} \Rightarrow |\underline{H}| = \dfrac{x}{Q}$ et $G_{dB} = \underbrace{20\log x}_{20\,dB/\text{décade}} - \underbrace{20\log Q}_{\text{ordonnée à l'origine}}$

(HF) $\underline{H} \sim \dfrac{1}{jQx} \Rightarrow |\underline{H}| = \dfrac{1}{Qx}$ et $G_{dB} = \underbrace{-20\log x}_{-20\,dB/\text{décade}} - 20\log Q$

- Facteur de Qualité

(*) Dans le cas du filtre passe bande, la résonance existe quelle que soit la valeur du facteur de qualité et se produit pour $f = f_0$ fréquence propre $\left(f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi}\right)$.

Par contre plus le facteur de qualité est élevé (R faible) plus la résonance est aigüe et la bande passante du filtre étroite.

(*) Dans le cas du filtre passe-bas, la résonance existe que si $Q > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ce qui est le cas pour $R = 500\,\Omega$ ($Q = 3{,}2$) alors qu'elle n'apparait pas pour $R = 5000\,\Omega$ ($Q = 0{,}32$).

Remarque : Dans le cas du filtre passe-bande, l'ordonnée à l'origine des asymptotes dépend de Q. Pour la résonance aigüe, le diagramme réel est au dessus des asymptotes alors que pour la résonance floue, il est en dessous.